

# 目 录

摘要	ii
Abstract	iii
第一章 数学语言	1
1.1 数学符号和公式	1
1.2 定理环境	1
1.3 线性方程的适定性理论	2
1.3.1 弱解的存在性和连续依赖性	3
第二章 图表	5
2.1 插图	5
2.1.1 单个图形	5
2.1.2 多个图形	6
2.1.3 Tik 作图	7
2.2 表格	8
2.2.1 基本表格	8
2.2.2 复杂表格	9
2.3 算法环境	10
附录 A 代码	13
A.1 代码环境	13
参考文献	15
致谢	17

# 摘 要

这是我的中文摘要.

# Abstract

This is my English abstract.

**Keywords:** 1; 2; 3

**CLC code:** O24



# 第一章 数学语言

## 1.1 数学符号和公式

- 公式应另起一行居中排版. 公式后应注明编号, 按章顺序编排, 编号右端对齐.
- 公式末尾是需要添加标点符号的, 至于用逗号, 句号还是不加, 取决于公式下面一句是接着公式说的, 还是另起一句.

$$\frac{2h}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sin(\omega\delta)}{\omega} \cos(\omega x) d\omega = \begin{cases} h, & |x| < \delta, \\ \frac{h}{2}, & x = \pm\delta, \\ 0, & |x| > \delta. \end{cases} \quad (1.1)$$

- 公式较长时最好在等号“=”处转行.

$$\begin{aligned} & I(X_3; X_4) - I(X_3; X_4 | X_1) - I(X_3; X_4 | X_2) \\ &= [I(X_3; X_4) - I(X_3; X_4 | X_1)] - I(X_3; X_4 | \tilde{X}_2) \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$= I(X_1; X_3; X_4) - I(X_3; X_4 | \tilde{X}_2). \quad (1.3)$$

- 公式较长时最好在等号“=”处转行. 如果在等号处转行难以实现, 也可在  $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$  运算符号处转行, 转行时运算符号仅书写于转行式前, 不重复书写.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \Delta(f_{ij} f^{ij}) &= 2 \left( \sum_{i < j} \chi_{ij} (\sigma_i - \sigma_j)^2 + f^{ij} \nabla_j \nabla_i (\Delta f) \right. \\ &\quad \left. + \nabla_k f_{ij} \nabla^k f^{ij} + f^{ij} f^k [2 \nabla_i R_{jk} - \nabla_k R_{ij}] \right). \end{aligned} \quad (1.4)$$

## 1.2 定理环境

这里举一个“定义”和“定理”的例子.

**定义 1.1** (非负整指数索伯列夫空间<sup>[1]</sup>). 设  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  是一个给定区域, 令  $m$  为非负整数,  $1 \leq p \leq \infty$ . 定义索伯列夫空间  $W^{m,p}$  为

$$W^{m,p}(\Omega) = \{u \in L^p(\Omega) : \text{对任意 } \alpha \in \mathbb{N}_0^n \text{ 满足 } 0 \leq |\alpha| \leq m, D^\alpha u \in L^p(\Omega)\},$$

并装备以范数

$$\begin{aligned} \|u\|_{W^{m,p}(\Omega)} &= \left( \sum_{|\alpha| \leq m} \|D^\alpha u\|_{L^p(\Omega)}^p \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty, \\ \|u\|_{W^{m,\infty}(\Omega)} &= \max_{|\alpha| \leq m} \|D^\alpha u\|_{L^\infty(\Omega)}. \end{aligned}$$

**定理 1.2** (索伯列夫嵌入定理<sup>[2]</sup>). 令  $\Omega$  为  $\mathbb{R}^n$  上一个有  $C^\infty$  光滑边界的有界区域. 令  $j \geq 0, m \geq 1$  为整数,  $1 \leq p < \infty$ , 如下嵌入关系成立:

1. 如果  $mp > n > (m-1)p$ , 则

$$W^{m,p}(\Omega) \hookrightarrow C^{0,s}(\overline{\Omega}), \quad \text{对于 } 0 < s \leq m - \frac{n}{p}.$$

如果  $n = (m-1)p$ , 则

$$W^{m,p}(\Omega) \hookrightarrow C^{0,s}(\overline{\Omega}), \quad \text{对于 } 0 < s < 1.$$

2. 如果  $1 \leq k \leq n$ , 以及  $mp = n$ , 则

$$W^{j+m,p}(\Omega) \hookrightarrow W^{j,q}(\Omega), \quad \text{对于 } p \leq q < \infty.$$

3. 如果  $mp < n$ , 则

$$W^{j+m,p}(\Omega) \hookrightarrow W^{j,q}(\Omega), \quad \text{对于 } p \leq q \leq p^* := \frac{np}{n-mp}.$$

### 1.3 线性方程的适定性理论

本节摘自邹森博士的毕业论文, 包含一些数学符号的使用、定理的叙述与证明、数学式的引用.

在这一节中, 我们讨论线性薛定谔方程

$$\begin{cases} -\Delta u - k^2 u + c(x)u = F, & x \in \Omega, \\ u = f, & x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (1.5)$$

弱解的适定性, 从而定义反问题的观测数据 DtN 算子. 此外, 为研究非线性方程的适定性, 我们使用了线性亥姆霍兹方程

$$\begin{cases} -\Delta u - k^2 u = F, & x \in \Omega, \\ u = f, & x \in \partial\Omega \end{cases} \quad (1.6)$$

的强解理论, 我们也在本节中加以介绍. 这些结论都可以从一般形式椭圆方程的弱解和强解理论导出. 为简洁起见, 我们首先给出如下定义: 我们定义散度型微分算子为

$$L := - \sum_{i,j=1}^n D_i(a^{ij}(x)D_j) + c(x). \quad (1.7)$$

称散度型微分算子  $L$  在区域  $\Omega$  上满足椭圆性条件, 如果对于任意  $x \in \Omega, \xi \in \mathbb{R}^n$ , 存在常数  $\lambda, \Lambda > 0$ , 使得

$$\lambda|\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a^{ij}(x)\xi_i\xi_j \leq \Lambda|\xi|^2. \quad (1.8)$$

另外我们定义非散度型微分算子

$$L = - \sum_{i,j=1}^n a^{ij}(x)D_{ij} + c(x). \quad (1.9)$$

类似地, 对于非散度型微分算子, 我们也可以定义其椭圆性条件: 对于任意  $x \in \Omega, \xi \in \mathbb{R}^n$ , 存在常数  $\lambda, \Lambda > 0$ , 使得

$$\lambda|\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^n a^{ij}(x)\xi_i\xi_j \leq \Lambda|\xi|^2.$$

对于以上两种形式的微分算子, 在后文的讨论中, 除非特殊说明, 我们假定对于  $1 \leq i, j \leq n$ , 有  $a^{ij}(x) \in C^\infty(\bar{\Omega})$  以及  $c \in L^\infty(\Omega)$ .

### 1.3.1 弱解的存在性和连续依赖性

我们首先叙述一般形式椭圆方程的 Dirichlet 问题弱解的存在性:

**定理 1.3** (Dirichlet 问题弱解的存在性<sup>[3]</sup>). 令  $L$  为(1.7)中定义的散度型椭圆微分算子, 令  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  为有界开区域, 使得 Sobolev 嵌入定理在其上成立. 对于  $\mu \in \mathbb{R}$ , Dirichlet 问题

$$\begin{cases} Lu + \mu u = F, \\ u - g \in H_0^1(\Omega) \end{cases} \quad (1.10)$$

的解有两种情况:

(1) 对任意  $F \in H^{-1}(\Omega), g \in H^1(\Omega)$ , (1.10) 存在唯一弱解  $u \in H^1(\Omega)$ ;

(2) 存在一个非平凡的  $u \in H_0^1(\Omega)$  使得  $Lu + \mu u = 0$ .

更进一步, 满足情形 (2) 的全体  $\mu$  构成的集合为可数离散的,  $\infty$  是唯一可能的极限点, 我们称这样的  $\mu$  为  $L$  算子在  $\Omega$  上的 Dirichlet 特征值, 记为  $\text{Spec}_\Omega(L)$ , 或者简写为  $\text{Spec}(L)$ . 对于每一 Dirichlet 特征值  $\mu$ , 其对应的特征函数空间是有限维的.

如果增加  $c \geq 0$  几乎处处成立的假设条件, 有如下结论:

**定理 1.4** (Dirichlet 问题的  $H^1$  弱解<sup>[3]</sup>). 令  $L$  为(1.7)中定义的散度型椭圆微分算子, 令  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  为有界开区域, 使得其上成立索伯列夫嵌入定理. 进一步假设  $c \geq 0$  几乎处处成立. 对于任意  $F \in H^{-1}(\Omega)$  和  $g \in H^1(\Omega)$ , Dirichlet 问题

$$\begin{cases} Lu = F, \\ u - g \in H_0^1(\Omega) \end{cases} \quad (1.11)$$

存在唯一弱解, 而且满足估计式

$$\|u\|_{H_0^1(\Omega)} \leq C (\|F\|_{H^{-1}(\Omega)} + \|g\|_{H^1(\Omega)}), \quad (1.12)$$

其中常数  $C$  与  $F$  和  $g$  无关.

在(1.5)中我们仅假设  $c \in L^\infty(\Omega)$ , 不满足定理1.4中  $c \geq 0$  几乎处处成立的条件, 但是通过避开特征值的假设, 我们依然可以利用定理1.3和定理1.4得到(1.5)弱解的适定性结论:

**推论 1.5** (线性薛定谔方程(1.5)的适定性). 令  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  为带  $C^1$  边界的有界开区域. 如果  $k^2$  不是  $-\Delta + c$  在  $\Omega$  上的 Dirichlet 特征值, 则对于任意  $F \in H^{-1}(\Omega)$ ,  $f \in H^{1/2}(\partial\Omega)$ , Dirichlet 问题(1.5)存在唯一解  $u \in H^1(\Omega)$ , 且满足估计式

$$\|u\|_{H^1(\Omega)} \leq C (\|F\|_{H^{-1}(\Omega)} + \|f\|_{H^{1/2}(\partial\Omega)}), \quad (1.13)$$

其中常数  $C$  仅仅依赖于  $k, c$  和  $\Omega$ .

注意到当  $c(x) \equiv 0$  时, 上述推论依然成立, 因此我们也可以得到(1.6)的适定性.

**证明.** 根据定理1.3, 由于  $k^2$  不是  $-\Delta + c$  在  $\Omega$  上的 Dirichlet 特征值, 故我们可以得到  $u$  的存在唯一性. 现在我们证明弱解  $u$  满足(1.13). 不失一般性, 我们只考虑齐次边界条件  $f = 0$  的情形.

由于  $c \in L^\infty(\Omega)$ , 故存在常数  $s \in \mathbb{R}$ , 使得  $c(x) + s \leq 0$  对于  $x \in \Omega$  几乎处处成立. 我们记  $L := -\Delta + c, L_s = -\Delta + s + c$ . 令定理1.4中  $g \equiv 0$ , 我们可以得到  $L_s$  为  $H_0^1(\Omega) \rightarrow H^{-1}(\Omega)$  的有界线性算子, 且存在连续的逆算子  $L_s^{-1} : H^{-1}(\Omega) \rightarrow H_0^1(\Omega)$ . 对于  $s$  使得  $k^2 + s \neq 0$ , 我们记  $\sigma = (k^2 + s)^{-1}$ , 则对于  $u \in H_0^1(\Omega)$  有如下等价形式

$$Lu = k^2 u + F \Leftrightarrow L_s u = (k^2 + s)j \circ i(u) + F \Leftrightarrow (\sigma I - K)(i(u)) = \sigma i L_s^{-1} F \quad (1.14)$$

其中  $i : H_0^1(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega)$ ,  $j : L^2(\Omega) \rightarrow H^{-1}(\Omega)$  为自然的包含映射,  $K := i \circ L_s^{-1} \circ j$ .

由于我们假设  $k^2 \notin \text{Spec}(-\Delta + c)$ , 根据定理1.4的证明过程,  $K$  为紧自伴算子<sup>[3]</sup>. 故我们可以取得  $s$  使得  $\sigma \notin \text{Spec}(K)$ , 此时  $\sigma I - K$  为  $L^2(\Omega) \rightarrow L^2(\Omega)$  的可逆线性算子. 也就是说, 对于任意  $F \in H^{-1}(\Omega)$ , 存在  $\tilde{u} \in L^2(\Omega)$ , 使得

$$(\sigma I - K)\tilde{u} = \sigma i L_s^{-1} F. \quad (1.15)$$

结合(1.14)和(1.15)我们可以得出存在  $u \in H_0^1(\Omega)$  使得  $\tilde{u} = i(u)$ . 根据定理1.4以及  $\sigma I - K$  和  $L_s$  的可逆性, 我们有

$$\begin{aligned} \|u\|_{H^1(\Omega)} &\leq C \left( \|(k^2 + s)j(\tilde{u})\|_{H^{-1}(\Omega)} + \|F\|_{H^{-1}(\Omega)} \right) \\ &\leq C (\|\tilde{u}\|_{L^2(\Omega)} + \|F\|_{H^{-1}(\Omega)}) \\ &\leq C \left( \|\sigma(\sigma I - K)^{-1} \circ i \circ L_s^{-1} F\|_{L^2(\Omega)} + \|F\|_{H^{-1}(\Omega)} \right) \\ &\leq C \|F\|_{H^{-1}(\Omega)}. \end{aligned}$$

对于非齐次边界条件的情况, 即  $f \neq 0$ , 我们可以对  $w = u - Ef$  应用以上过程得到(1.13), 其中  $E$  为  $\text{Tr} : H^1(\Omega) \rightarrow H^{1/2}(\partial\Omega)$  的右逆算子.  $\square$



## 第二章 图表

### 2.1 插图

插图功能是利用 TeX 的特定编译程序提供的机制实现的, 不同的编译程序支持不同的图形方式. XeTeX 支持插入 EPS、PDF、PNG、JPEG 格式的图片. 一般图形都是处在浮动环境中. 之所以称为浮动是指最终排版效果图形的位置不一定与源文件中的位置对应. 如果要强制固定浮动图形的位置, 请使用 float 宏包, 它提供了 [H] 参数.

#### 2.1.1 单个图形

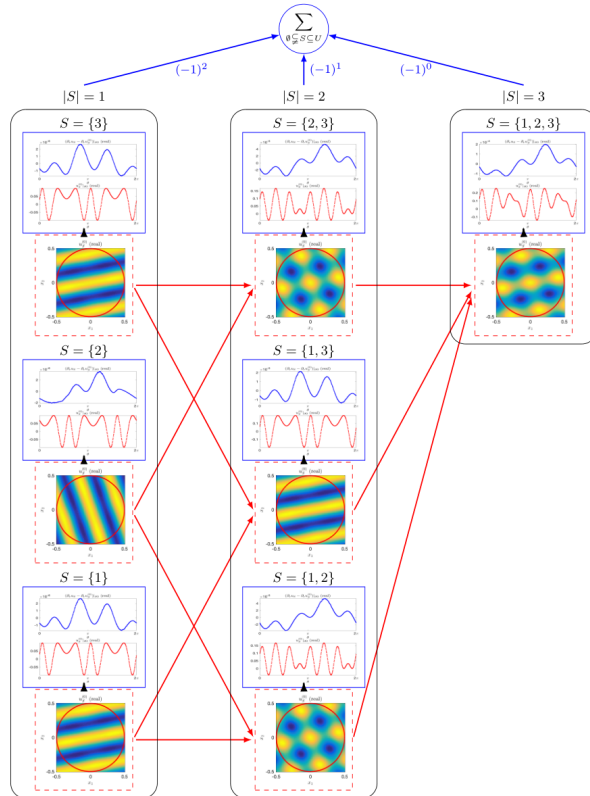


图 2.1: 在非线性次数  $m = 3$  和波数  $k = 15$  时, 组合解  $u_S^{(0)}$  的生成. 红色矩形 (虚线):  $|\xi| = 45.6$  时的组合解  $u_S^{(0)}$ . 蓝色矩形 (实线): Dirichlet 边值  $u_S^{(0)}|_{\partial\Omega}$  (红色曲线) 和线性化 Neumann 数据的近似  $(\partial_\nu u_S - \partial_\nu u_S^{(0)})|_{\partial\Omega}$  (蓝色曲线). 蓝色圆圈: 根据 Alessandrini-PIE 等式做组合.

## 2.1.2 多个图形

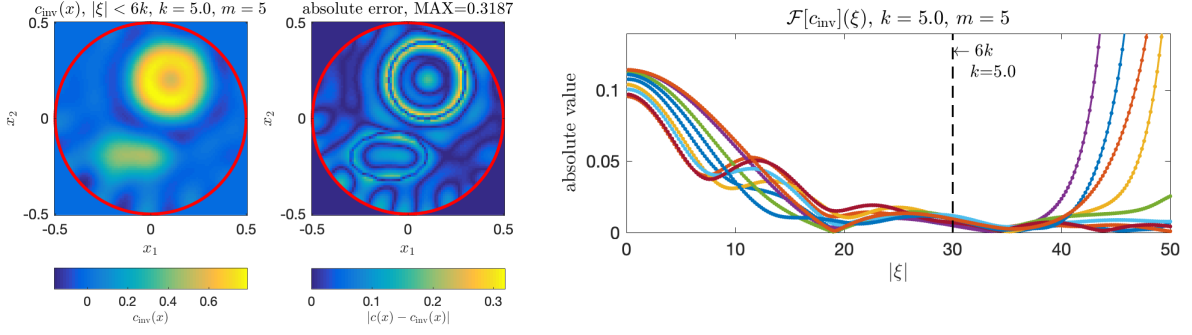
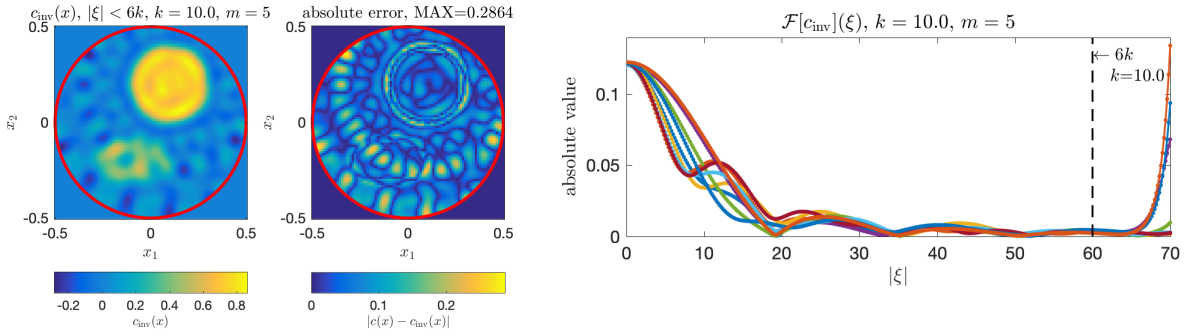
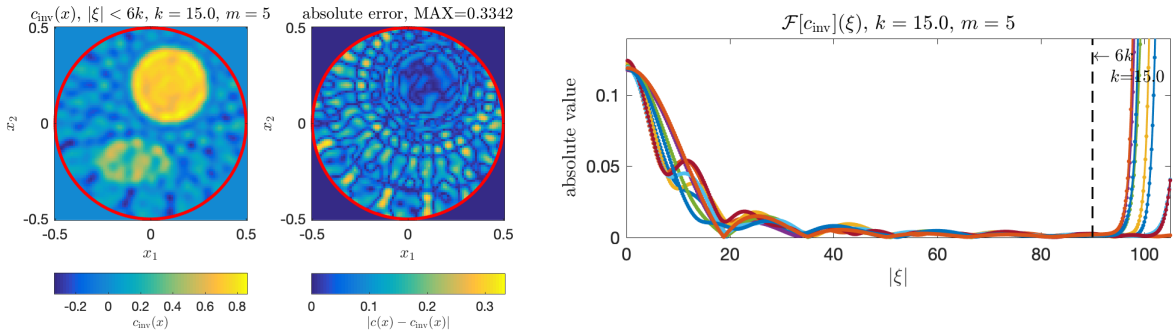
非线性次数  $m = 5$ (i)  $k = 5$ (i)  $k = 10$ (i)  $k = 15$ 

图 2.2: 当非线性次数  $m = 5$ , 波数 (i)  $k = 5$ , (ii)  $k = 10$  和 (iii)  $k = 15$  时的重构结果. 第一列: 利用频域截断  $|\xi| \leq (m+1)k$  得到的重构位势函数  $c_{\text{inv}}(x)$ . 第二列: 真实位势函数和重构位势函数的角度误差  $|c(x) - c_{\text{inv}}(x)|$ . 第三列: 重构位势函数的傅立叶系数的绝对值  $\mathcal{F}[c_{\text{inv}}](\xi)$ .

如果多个图形相互独立, 并不共用一个图形计数器, 那么用 `minipage` 或者 `parbox` 就可以, 如图 2.3 与图 2.4.



图 2.3: 并排第一个图



图 2.4: 并排第二个图

如果要为共用一个计数器的多个子图添加子图题, 建议使用较新的 `subcaption` 宏包, 不建议使用 `subfigure` 或 `subfig` 等宏包.

推荐使用 `subcaption` 宏包的 `subcaptionbox` 并排子图, 子图题置于子图之下, 子图号用 a)、b) 等表示. 也可以使用 `subcaption` 宏包的 `subcaption` (放在 `minipage` 中, 用法同 `caption`).

`subcaption` 宏包也提供了 `subfigure` 和 `subtable` 环境, 如图 2.5.



(a) 校徽

(b) 校徽. 这个图略矮些, `subfigure` 中同一行的子图在顶端对齐.图 2.5: 包含子图题的范例 (使用 `subfigure`)

### 2.1.3 Tik 作图

以下摘自 Hansimov 的知乎文章 [LaTeX 绘图指南 - 001] TikZ 的简介、资源以及学习方法<sup>1</sup>.

TikZ 是 LaTeX 下的一个 (著名的) 绘图宏包. TikZ 的德文原文是 `TikZ ist kein Zeichenprogramm`, 这是一个 “GNU’s Not Unix!” 式的递归缩写. 翻译成英文就是 `TikZ is not a drawing program`, 中文意思是 “TikZ 不是一个绘图程序”. (程序员式冷幽默)

PGF/TikZ 相关的学习资源很多, 可以参考这个项目: `xiaohanyu/awesome-tikz`<sup>2</sup>. 基本列出了常见的高质资源, 语言大多为英文. 此外还有一些重要的资源:

- 英文文档: `pgfmanual`<sup>3</sup>
- PGF/TikZ 中文手册 (在翻): `pgfmanual-zh`<sup>4</sup>
- 命令大全: `VisualTikZ`<sup>5</sup>
- 各种样例: `TikZ and PGF examples`<sup>6</sup>
- TeX 社区: Questions tagged `[tikz-pgf]`<sup>7</sup>

<sup>1</sup><https://zhuanlan.zhihu.com/p/48300815>

<sup>2</sup><https://github.com/xiaohanyu/awesome-tikz>

<sup>3</sup><http://mirrors.ctan.org/graphics/pgf/base/doc/pgfmanual.pdf>

<sup>4</sup><https://github.com/Hansimov/pgfmanual-zh>

<sup>5</sup><http://mirrors.ctan.org/info/visualtikz/VisualTikZ.pdf>

<sup>6</sup><http://www.texample.net/tikz/examples/all/>

<sup>7</sup><https://tex.stackexchange.com/questions/tagged/tikz-pgf>

下面是来自于邹森博士论文中的一个样例.

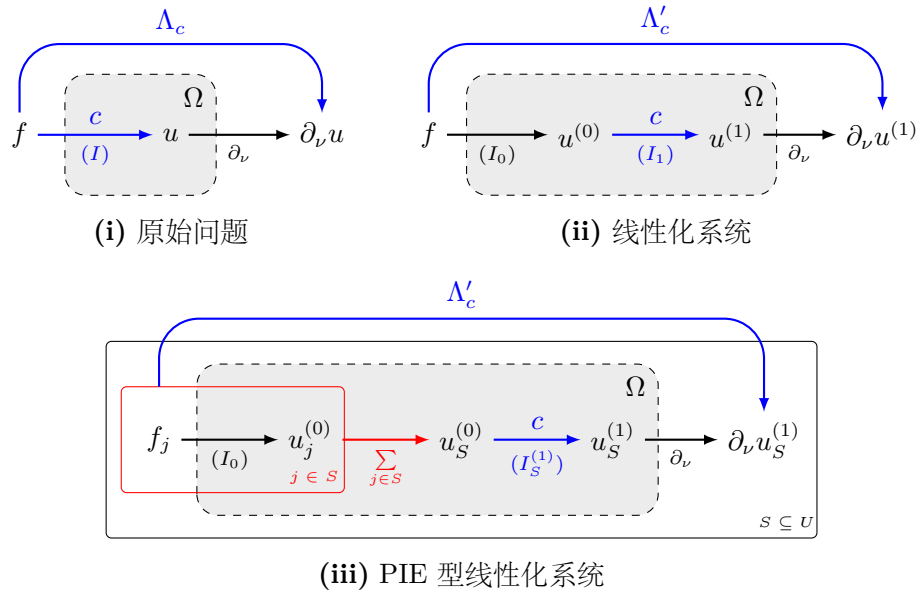


图 2.6: 三种 Alessandrini 型等式的对比图示

## 2.2 表格

### 2.2.1 基本表格

编排表格应简单明了, 表达一致, 明晰易懂, 表文呼应、内容一致. 表题置于表上.

表格的编排建议采用国际通行的三线表<sup>8</sup>. 三线表可以使用 booktabs 提供的 toprule、midrule 和 bottomrule. 它们与 longtable 能很好的配合使用.

表 2.1: 一个颇为标准的三线表<sup>9</sup>

Item		
Animal	Description	Price (\$)
Gnat	per gram	13.65
	each	0.01
Gnu	stuffed	92.50
Emu	stuffed	33.33
Armadillo	frozen	8.99

<sup>8</sup> 三线表, 以其形式简洁、功能分明、阅读方便而在科技论文中被推荐使用. 三线表通常只有 3 条线, 即顶线、底线和栏目线, 没有竖线.

## 2.2.2 复杂表格

我们经常会在表格下方标注数据来源, 或者对表格里面的条目进行解释. 可以用 `threeparttable` 实现带有脚注的表格, 如表 2.2.

表 2.2: 一个带有脚注的表格的例子

total	20 <sup>a</sup>		40		60	
	www	k	www	k	www	k
	4.22 (2.12)	120.0140 <sup>b</sup>	333.15	0.0411	444.99	0.1387
	168.6123	10.86	255.37	0.0353	376.14	0.1058
	6.761	0.007	235.37	0.0267	348.66	0.1010

<sup>a</sup> the first note.

<sup>b</sup> the second note.

表 2.3: 实验数据

测试程序	正常运行 时间 (s)	同步 时间 (s)	检查点 时间 (s)	卷回恢复 时间 (s)	进程迁移 时间 (s)	检查点 文件 (KB)
CG.A.2	23.05	0.002	0.116	0.035	0.589	32491
CG.A.4	15.06	0.003	0.067	0.021	0.351	18211
CG.A.8	13.38	0.004	0.072	0.023	0.210	9890
CG.B.2	867.45	0.002	0.864	0.232	3.256	228562
CG.B.4	501.61	0.003	0.438	0.136	2.075	123862
CG.B.8	384.65	0.004	0.457	0.108	1.235	63777
MG.A.2	112.27	0.002	0.846	0.237	3.930	236473
MG.A.4	59.84	0.003	0.442	0.128	2.070	123875
MG.A.8	31.38	0.003	0.476	0.114	1.041	60627
MG.B.2	526.28	0.002	0.821	0.238	4.176	236635
MG.B.4	280.11	0.003	0.432	0.130	1.706	123793
MG.B.8	148.29	0.003	0.442	0.116	0.893	60600
LU.A.2	2116.54	0.002	0.110	0.030	0.532	28754
LU.A.4	1102.50	0.002	0.069	0.017	0.255	14915
LU.A.8	574.47	0.003	0.067	0.016	0.192	8655
LU.B.2	9712.87	0.002	0.357	0.104	1.734	101975
LU.B.4	4757.80	0.003	0.190	0.056	0.808	53522
LU.B.8	2444.05	0.004	0.222	0.057	0.548	30134
EP.A.2	123.81	0.002	0.010	0.003	0.074	1834
EP.A.4	61.92	0.003	0.011	0.004	0.073	1743

续下页

续表 2.3

测试程序	正常运行 时间 (s)	同步 时间 (s)	检查点 时间 (s)	卷回恢复 时间 (s)	进程迁移 时间 (s)	检查点 文件 (KB)
EP.A.8	31.06	0.004	0.017	0.005	0.073	1661
EP.B.2	495.49	0.001	0.009	0.003	0.196	2011
EP.B.4	247.69	0.002	0.012	0.004	0.122	1663
EP.B.8	126.74	0.003	0.017	0.005	0.083	1656
SP.A.2	123.81	0.002	0.010	0.003	0.074	1854
SP.A.4	51.92	0.003	0.011	0.004	0.073	1543
SP.A.8	31.06	0.004	0.017	0.005	0.073	1671
SP.B.2	495.49	0.001	0.009	0.003	0.196	2411
SP.B.4	247.69	0.002	0.014	0.006	0.152	2653
SP.B.8	126.74	0.003	0.017	0.005	0.082	1755

## 2.3 算法环境

算法环境可以使用 `algorithms` 宏包或者较新的 `algorithm2e` 实现. 算法 1 是一个使用 `algorithm2e` 的例子. 关于排版算法环境的具体方法, 请阅读相关宏包的官方文档.

---

### Algorithm 1: 算法示例

---

**Data:** this text

**Result:** how to write algorithm with  $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$

```

1 initialization;
2 while not at end of this document do
3   read current;
4   if understand then
5     go to next section;
6     current section becomes this one;
7   else
8     go back to the beginning of current section;
9   end
10 end
```

---

同样可以考虑以如下表格的形式实现.

---

**算法 1:3 维情况下部分边界观测反问题  $\lambda_c \rightarrow c$  的神经网络结构**


---

**输入:**  $\lambda \in \mathbb{R}^{N_{m_1} \times N_{m_2} \times N_{h_1} \times N_{h_2}}$ , 参数  $channel, N_z, w, n_{cnn}$ ; **输出:**  $c \in \mathbb{R}^{N_x \times N_y \times N_y}$ .

1: 将  $\lambda_c$  的后两个维度向量化, 形成一个三维张量, 记为  $\lambda$ ;

2:  $\tilde{\lambda}_{\hat{h}} \leftarrow \text{Encoding3d}[channel](\lambda)$ ;

3:  $\tilde{c}_{\hat{z}_3} \leftarrow \text{BCR-Net2d}(\tilde{\lambda}_{\hat{h}})$ ;

4:  $\bar{c} \leftarrow \text{Decoding3d}[N_z](\tilde{c}_{\hat{z}_3})$ ;

5:  $c \leftarrow \text{CNN3d}[w, n_{cnn}](\bar{c})$ ;

6: 返回  $c$

---

算法 1: 线性薛定谔位势反问题的部分边界观测问题的神经网络结构<sup>[4]</sup>





# 附录 A 代码

## 1.1 代码环境

我们可以在论文中插入算法, 但是不建议插入大段的代码. 如果确实需要插入代码, 建议使用 listings 宏包.

```
1  x = [1, 2, 3, 4, 5]';
2  y = [2, 4, 6, 8, 10]';
3  theta = [0; 0];
4  learning_rate = 0.01;
5  num_iterations = 100;
6
7  for iter = 1:num_iterations
8      idx = randi(length(x));
9      x_i = x(idx);
10     y_i = y(idx);
11     grad = [x_i, 1]' * (theta' * [x_i, 1]' - y_i);
12     theta = theta - learning_rate * grad;
13 end
14 fprintf('theta1: %f, theta0: %f\n', theta(1), theta(2));
```



## 参考文献

- [1] 陈恕行. 现代偏微分方程导论[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [2] ADAMS R A, FOURNIER J J F. Pure and applied mathematics (amsterdam): Vol. 140 sobolev spaces[M]. Second ed. Elsevier/Academic Press, Amsterdam, 2003.
- [3] 陈亚浙, 吴兰成. 二阶椭圆型方程与椭圆型方程组[M]. 北京: 科学出版社, 1991.
- [4] FAN Y, YING L. Solving electrical impedance tomography with deep learning[J/OL]. J. Comput. Phys., 2020, 404: 109119, 19. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2019.109119>.



# 致 谢

致谢